**Capítulo 3**

**Experimentos e Resultados**

Nesse momento executa-se os algoritmos utilizados para obtenção dos resultados que solucionam os problemas de programação não linear compostos por funções objetivos quadráticas e não quadráticas perfeitas. Diversos estudos da aplicação dos métodos Quase-Newton para a solução desses problemas foram realizados, entre os quais se destacam as análises relacionadas ao esforço computacional dos algoritmos e precisão. O primeiro envolve o número de iterações, o número de avaliações da função objetivo e o tempo de processamento. Já o segundo envolve o erro percentual da solução encontrada e do valor de função objetivo dessa solução. A seguir são apresentados os experimentos e resultados.

# 1º Experimento: Avaliação das Funções Quadráticas

**Primeira Função Analisada**

A primeira função analisada consiste na função da seção 2.1 que é apresentada aqui novamente:



Para o experimento em questão a função objetivo é dada em duas dimensões. Nesse caso, o número máximo de iterações, calculado por meio da equação (35), é igual a 400 e os limites inferior e superior das variáveis [-10, 10].

Na execução dos algoritmos, os métodos Quase-Newton, deverão considerados quatro pontos iniciais. Em dois pontos iniciais usando a técnica da seção áurea diretamente da avaliação da função e, nos outros dois pontos, usando a técnica da seção áurea feita por aproximações quadráticas para a função, conforme explicitado abaixo:

  1º Quadrante Aproximações Quadráticas  2º Quadrante Avaliação Direta da Função

 3º Quadrante Aproximações Quadráticas  4º Quadrante Avaliação Direta da Função



Os resultados obtidos deverão ser apresentados nas tabelas abaixo.

Tabela 2 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Aproximações Quadráticas para** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

Tabela 3 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Avalição Direta de** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

Tabela 4 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Aproximações Quadráticas para** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

Tabela 5 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Avalição Direta de** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

**Segunda Função Analisada**

A Segunda função analisada consiste na função apresentada na seção 2.2 que é apresentada novamente abaixo:





A função objetivo apresentada acima possui duas variáveis de decisão. Nesse caso, o número máximo de iterações, calculado por meio da equação (35), é igual a 400 e os

limites das variáveis de decisão [-10,10]. No intuito de obter uma função quadrática, o parâmetro ***a*** é igual a zero, resultando em:



Na execução dos algoritmos que implementam os métodos Quase- Newton deverão ser considerados dois pontos iniciais definidos aleatoriamente pelo aluno . Em um desses dois pontos iniciais será usada a técnica da seção áurea da avaliação direta da função e, no outro, por meio das aproximações quadráticas para a função a cada iteração.

Tabela 6 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Avalição Direta** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

Tabela 7 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Aproximações Quadráticas** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

**Terceira Função Analisada**

A terceira função analisada consiste na função da seção 2.3 que é apresentada novamente abaixo:



A função objetivo apresentada acima possui duas variáveis de decisão. Nesse caso, o número máximo de iterações, calculado por meio da equação (35), é igual a 400 e os limites das variáveis de decisão definem o seguinte intervalo . Nesse intervalo, embora a função  possua dois termos cúbicos, a mesma se comporta como uma função quadrática. Sabendo que , tem-se que:



Na execução dos algoritmos que implementam os métodos Quase-Newton, na análise dessa função, serão considerados dois pontos iniciais definidos aleatoriamente pelo aluno. Em um desses dois pontos iniciais será utilizada a técnica da seção áurea feita através da avaliação direta da função e, no outro, por meio das aproximações quadráticas para a função a cada iteração.

Tabela 8 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Aproximações Quadráticas** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro f(x) (%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  | |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

Tabela 9 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando o ponto inicial .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Avalição Direta** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro f(x)**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

# 2º Experimento: Avaliação das Funções Não Quadráticas

**Função Analisada**

A função analisada consiste na função da seção 2.2 que é apresentada novamente abaixo:





função objetivo apresentada acima possui duas variáveis de decisão. Nesse caso, o número máximo de iterações, calculado por meio da equação (35), é igual a 400 e os

limites das variáveis de decisão definem o seguinte intervalo [-10,10]. No intuito de obter uma função não quadrática perfeita, foram considerados três valores do parâmetro ***a***, os quais são apresentados abaixo seguido da respectiva função objetivo:



Para cada valor do parâmetro ***a*** deverão ser considerados dois pontos iniciais, dentre os quais um será executado considerando a técnica da seção áurea feita através da avaliação direta da função e o outro considerando as aproximações quadráticas para a função a cada iteração.

Vale ressaltar que o parâmetro ***a*** pondera o termo cúbico da função objetivo f(x)

do problema de otimização estudado, quanto maior o valor absoluto desse parâmetro, maior é a influência do termo não quadrático na função. Para esta função os valores assumidos para parâmetro ***a*** que não comprometem a convexidade da função no intervalo [-10 , 10] estão no intervalo:

(36)

Tabela 10 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Parâmetro** | | | | | |
| **Método** | **Aproximações Quadráticas** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |
| **Método** | **Avalição Direta** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

Tabela 11 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Parâmetro** | | | | | |
| **Método** | **Aproximações Quadráticas** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio ( )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  | |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |
| **Método** | **Avalição Direta** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio (s )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro x (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

Tabela 12 Resultados relacionados ao esforço computacional e precisão considerando .



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Parâmetro** | | | | | |
| **Método** | **Aproximações Quadráticas** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |
| **Método** | **Avalição Direta** | | | | |
| **Tempo de**  **Processamento Médio (s )** | **Nº de Iterações** | **Nº de**  **Avaliações da** | **Erro (%)** | **Erro f(x)**  **(%)** |
| DFP |  |  |  |  |  |
| BFGS |  |  |  |  |  |
| Huang |  |  |  |  |  |
| Biggs |  |  |  |  |  |

# 3º Experimento: Avaliação do Custo Computacional em Função da Variação da Dimensão

**Função Analisada**

A função analisada consiste na função da seção 2.4 que é apresentada aqui novamente com o parâmetro igual a 0,0263:



Para o experimento em questão a função objetivo é dada em 5, 10, 15, 20 e 25 dimensões. Os limites inferior e superior definem o seguinte intervalo [-10,10] para as variáveis de decisão. Como já abordado, se o parâmetro ***a*** assumir determinados valores, a função objetivo passa ser não convexa devido a expressiva influência do termo não quadrático. Dessa forma, o parâmetro ***a*** considerado nesse experimento será igual a 0,0263.



Na execução dos algoritmos será considerado apenas um ponto inicial. Será utilizada a técnica da seção áurea feita através da avaliação direta da função.

Dimensão igual a 



